**3 раунд.**

***Задача для капитанов*** Тройка лошадей бежит со скоростью равной 15 км/ч. С какой скоростью бежит каждая лошадь? (15 км/ч)

1.Вы­черк­ни­те в числе 74513527 три цифры так, чтобы по­лу­чив­ше­е­ся число де­ли­лось на 15. В от­ве­те ука­жи­те по­лу­чив­ше­е­ся числа .

Решение.

Если число де­лит­ся на 15, то оно также де­лит­ся на 3 и на 5. По­это­му в по­след­нем раз­ря­де числа дол­жен быть ноль или цифра пять. Тогда вычёрки­ва­ем 27. Остаётся 745135. По­счи­та­ем сумму цифр — 25. Для того, чтобы число де­ли­лось на три не­об­хо­ди­мо, чтобы сумма цифр была крат­на трём. В таком слу­чае можно вы­черк­нуть цифру 1 и по­лу­чить число 74535, цифру 4 и по­лу­чить 75135 или вы­черк­нуть цифру 7 и по­лу­чить число 45135.

Ответ: 74535, 75135 или 45135.

2. Ка­ко­ва ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­но вы­бран­ный те­ле­фон­ный номер окан­чи­ва­ет­ся двумя чётными циф­ра­ми?

Ре­ше­ние.

Ве­ро­ят­ность того, что на одном из тре­бу­е­мых мест ока­жет­ся чётное число равна 0,5. Сле­до­ва­тель­но, ве­ро­ят­ность того, что на двух ме­стах од­но­вре­мен­но ока­жут­ся два чётных числа равна 0,5 · 0,5=0,25.

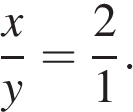
Ответ: 0,25.

3. Име­ет­ся два спла­ва с раз­ным со­дер­жа­ни­ем меди: в пер­вом со­дер­жит­ся 60%, а во вто­ром — 45% меди. В каком от­но­ше­нии надо взять пер­вый и вто­рой спла­вы, чтобы по­лу­чить из них новый сплав, со­дер­жа­щий 55% меди?

Ре­ше­ние.

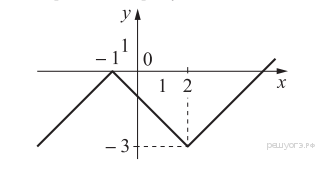
Пусть пер­вый сплав взят в ко­ли­че­стве *x* кг, тогда он будет со­дер­жать 0,6*x* кг меди, а вто­рой сплав взят в ко­ли­че­стве *y* кг, тогда он будет со­дер­жать 0,45*y* кг меди. Со­еди­нив два этих спла­ва, по­лу­чим сплав меди мас­сой *x* + *y*, по усло­вию за­да­чи он дол­жен со­дер­жать 0,55(*x* + *y*) меди. Сле­до­ва­тель­но, можно со­ста­вить урав­не­ние:

http://reshuoge.ru/formula/76/766ce71874ebc586e5a66ca082e82b69p.png

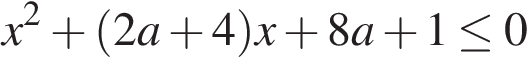
Вы­ра­зим *x* через *y*:http://reshuoge.ru/formula/8a/8ace37a8ad94e99727fd30eb0e317443p.png Сле­до­ва­тель­но, от­но­ше­ние, в ко­то­ром нужно взять спла­вы:

4. По­строй­те гра­фик функ­ции http://reshuoge.ru/formula/cf/cf9512ade89a4a19746ce9b55e762ca7p.png и най­ди­те зна­че­ния http://reshuoge.ru/formula/6f/6f8f57715090da2632453988d9a1501bp.png, при ко­то­рых пря­мая http://reshuoge.ru/formula/c2/c20e256d116adc2fa6a59beb6f6139cfp.png имеет с ним ровно две общие точки.

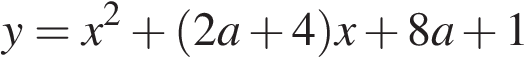
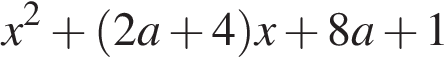
Ре­ше­ние.

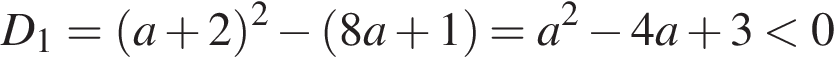
Рас­кры­вая мо­ду­ли, по­лу­ча­ем, что гра­фик функ­ции сов­па­да­ет с пря­мой http://reshuoge.ru/formula/f3/f37095873a385c6512cb745773e5963ap.png при http://reshuoge.ru/formula/6e/6eead9a9f4fac7463d30e6ef53832580p.png, сов­па­да­ет с пря­мой http://reshuoge.ru/formula/d0/d0dd963b8d9828f33adf1550a783f98bp.png при http://reshuoge.ru/formula/5e/5e28e8456d06372658f14893fcc9b534p.png и сов­па­да­ет с пря­мой http://reshuoge.ru/formula/88/8844372b7002d78f1b00d08025d00764p.png при http://reshuoge.ru/formula/49/49f800f6a17487df9bd707b818acbd8cp.png.  
Гра­фик изоб­ра­жен на ри­сун­ке.

Пря­мая http://reshuoge.ru/formula/c2/c20e256d116adc2fa6a59beb6f6139cfp.png имеет с гра­фи­ком дан­ной функ­ции ровно две общие точки при http://reshuoge.ru/formula/39/391c89d596b47b638d4a6196d2e85053p.png и http://reshuoge.ru/formula/e6/e6753e61990bc639ae1869683cb421b7p.png.

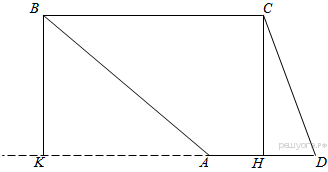
5. Най­ди­те все зна­че­ния http://sdamgia.ru/formula/0c/0cc175b9c0f1b6a831c399e269772661p.png, при ко­то­рых не­ра­вен­ство не имеет ре­ше­ний.

Ре­ше­ние.

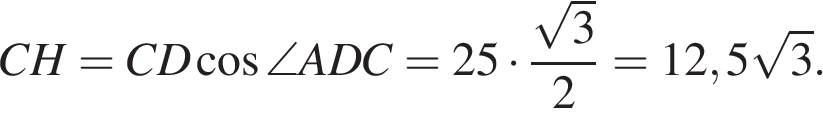
Гра­фик функ­ции  — па­ра­бо­ла, ветви ко­то­рой на­прав­лен­ы вверх. Зна­чит, дан­ное не­ра­вен­ство не имеет ре­ше­ний в том и толь­ко том слу­чае, если эта па­ра­бо­ла це­ли­ком рас­по­ло­же­на в верх­ней по­лу­плос­ко­сти. От­сю­да сле­ду­ет, что дис­кри­ми­нант квад­рат­но­го трёхчле­на  дол­жен быть от­ри­ца­те­лен.

Имеем . Ответ: 1 < http://sdamgia.ru/formula/0c/0cc175b9c0f1b6a831c399e269772661p.png < 3;

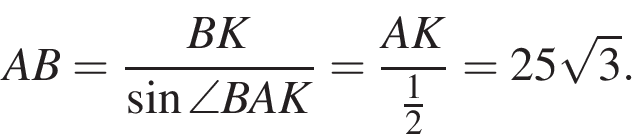
6. Най­ди­те бо­ко­вую сто­ро­ну *AB* тра­пе­ции *ABCD*, если углы *ABC* и *BCD* равны со­от­вет­ствен­но 30° и 120°, а *CD* = 25.

Ре­ше­ние.

Введём обо­зна­че­ния как по­ка­за­но на ри­сун­ке. Про­ведём вы­со­ты http://reshuoge.ru/formula/1e/1ee0bf89c5d1032317d13a2e022793c8p.png и http://reshuoge.ru/formula/7c/7c4f7d2b18103d7d84b586ea052062d4p.png В тра­пе­ции сумма смеж­ных углов при бо­ко­вой сто­ро­не равна 180°, по­это­му http://reshuoge.ru/formula/7f/7fa295ec2aec2fc109672d79441e7a04p.png Из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка http://reshuoge.ru/formula/dd/ddde39bbb81dba8221548b6e51b785c2p.pngнайдём сто­ро­ну http://reshuoge.ru/formula/2b/2ba40cad6947e4b13f3e56ebb3e66acep.png

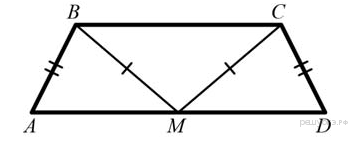


Углы http://reshuoge.ru/formula/90/902fbdd2b1df0c4f70b4a5d23525e932p.png и http://reshuoge.ru/formula/30/303b1c69d70d75ee14d0c7a4454c9396p.png равны как на­крест ле­жа­щие углы при па­рал­лель­ных пря­мых. Вы­со­ты http://reshuoge.ru/formula/1e/1ee0bf89c5d1032317d13a2e022793c8p.png и http://reshuoge.ru/formula/3b/3b16c9d4c4c856ce7fff405e3b6c43abp.png равны. Из пря­мо­уголь­но­го тре­уголь­ни­ка http://reshuoge.ru/formula/f5/f5b5cb595b80a9724e61f7d143ca8cc4p.png найдём http://reshuoge.ru/formula/29/297ff1ccc2c72ee93775fdc573d7cad2p.png



7. Дана рав­но­бед­рен­ная тра­пе­ция http://reshuoge.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7p.png. Точка http://reshuoge.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04acp.png лежит на ос­но­ва­нии http://reshuoge.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1p.png и рав­но­уда­ле­на от кон­цов дру­го­го ос­но­ва­ния. До­ка­жи­те, что http://reshuoge.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04acp.png — се­ре­ди­на ос­но­ва­ния http://reshuoge.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1p.png.

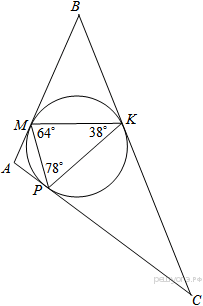
Ре­ше­ние.

Тре­уголь­ник http://reshuoge.ru/formula/39/396262ee936f3d3e26ff0e60bea6cae0p.png рав­но­бед­рен­ный. По­это­му http://reshuoge.ru/formula/71/717941b1537df636d4b4fcfd258d6752p.png. В рав­но­бед­рен­ной тра­пе­ции http://reshuoge.ru/formula/fe/fe8432ddf2fc87e1bd6d9ace09d6aa3fp.png.

От­сю­да сле­ду­ет, что http://reshuoge.ru/formula/c1/c19c0ef8f3fb0ece269dab39bb7aa765p.png. Зна­чит, тре­уголь­ни­ки http://reshuoge.ru/formula/a2/a26a78fdfbaaad78d04c16efaa98abccp.png и http://reshuoge.ru/formula/a2/a28966bac17b8eef99c5afa5eb594130p.png равны по двум сто­ро­нам и углу между ними. Сле­до­ва­тель­но, http://reshuoge.ru/formula/33/339df2a0d11183988d98c497772908d9p.png..

8.  Окруж­ность, впи­сан­ная в тре­уголь­ник *ABC*, ка­са­ет­ся его сто­рон в точ­ках*M, K* и *P*. Най­ди­те углы тре­уголь­ни­ка *ABC*, если углы тре­уголь­ни­ка *MKP* равны 38°, 78° и 64°.

Ре­ше­ние.

Введём обо­зна­че­ния как по­ка­за­но на ри­сун­ке. От­рез­ки ка­са­тель­ных, про­ведённые из одной точки равны, по­это­му http://reshuoge.ru/formula/fd/fd3ebbf34cd6654e05b89a5999f2247ep.png http://reshuoge.ru/formula/29/295f8f17415f3dfd07fde2a4366f4333p.png http://reshuoge.ru/formula/04/041f136b7cf441db6a06c6f7481ab2dap.png Сле­до­ва­тель­но, тре­уголь­ни­ки http://reshuoge.ru/formula/64/6428810535b4f24ae32e3a111d3001cbp.png http://reshuoge.ru/formula/f4/f4d03b1d6e6785acbfd74d79b8809198p.png http://reshuoge.ru/formula/bf/bfa36e4a9db9aa818b22240753fc8680p.png — рав­но­бед­рен­ные, по­это­му в каж­дом тре­уголь­ни­ке углы при ос­но­ва­нии равны. Угол http://reshuoge.ru/formula/1b/1bf40c9194be183fe8f971c472ee79b3p.png — впи­сан­ный, по­это­му он равен по­ло­ви­не дуги, на ко­то­рую опи­ра­ет­ся. Угол http://reshuoge.ru/formula/97/97be40e216a97a8896f05c4e87b10591p.png об­ра­зо­ван хор­дой и ка­са­тель­ной, сле­до­ва­тель­но, он равен по­ло­ви­не ве­ли­чи­ны дуги, ко­то­рую за­клю­ча­ет. Зна­чит, http://reshuoge.ru/formula/26/267a7e9ee180aaf80b3d9887e75222e7p.png Сумма углов тре­уголь­ни­ка равна 180°. Найдём угол http://reshuoge.ru/formula/2a/2a2cf9584c16f71762469bd32f5fce2ap.png

http://reshuoge.ru/formula/51/5137d9bc7a5b583d0c5fbbe79369ccb3p.png

Ана­ло­гич­но, из тре­уголь­ни­ков http://reshuoge.ru/formula/9c/9c37cba6d8907746452b1fb10c11ab1bp.png и http://reshuoge.ru/formula/75/7587720f4e642f71baaa4bb911f81ca7p.png по­лу­ча­ем, http://reshuoge.ru/formula/5b/5bc27c33ce02f23e474edede28468826p.png http://reshuoge.ru/formula/bc/bc7c59138f4e5909f63718b1b08ad0a5p.png

Ответ: 24°; 104°; 52°.

***Спорная задача:*** Если из одной стопки тетрадей переложить в другую 10 штук, то тетрадей в стопках будет поровну. На сколько в одной стопке тетрадей было больше, чем в другой? (На 20 штук)

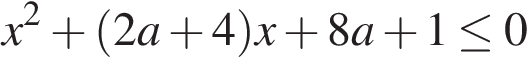
**3 раунд.**

1.Вы­черк­ни­те в числе 74513527 три цифры так, чтобы по­лу­чив­ше­е­ся число де­ли­лось на 15. В от­ве­те ука­жи­те по­лу­чив­ше­е­ся числа .

2. Ка­ко­ва ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­но вы­бран­ный те­ле­фон­ный номер окан­чи­ва­ет­ся двумя чётными циф­ра­ми?

3. Име­ет­ся два спла­ва с раз­ным со­дер­жа­ни­ем меди: в пер­вом со­дер­жит­ся 60%, а во вто­ром — 45% меди. В каком от­но­ше­нии надо взять пер­вый и вто­рой спла­вы, чтобы по­лу­чить из них новый сплав, со­дер­жа­щий 55% меди?

4. По­строй­те гра­фик функ­ции http://reshuoge.ru/formula/cf/cf9512ade89a4a19746ce9b55e762ca7p.png и най­ди­те зна­че­ния http://reshuoge.ru/formula/6f/6f8f57715090da2632453988d9a1501bp.png, при ко­то­рых пря­мая http://reshuoge.ru/formula/c2/c20e256d116adc2fa6a59beb6f6139cfp.png имеет с ним ровно две общие точки.

5. Най­ди­те все зна­че­ния http://sdamgia.ru/formula/0c/0cc175b9c0f1b6a831c399e269772661p.png, при ко­то­рых не­ра­вен­ство не имеет ре­ше­ний.

6. Най­ди­те бо­ко­вую сто­ро­ну *AB* тра­пе­ции *ABCD*, если углы *ABC* и *BCD* равны со­от­вет­ствен­но 30° и 120°, а *CD* = 25.

7. Дана рав­но­бед­рен­ная тра­пе­ция http://reshuoge.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7p.png. Точка http://reshuoge.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04acp.png лежит на ос­но­ва­нии http://reshuoge.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1p.png и рав­но­уда­ле­на от кон­цов дру­го­го ос­но­ва­ния. До­ка­жи­те, что http://reshuoge.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04acp.png — се­ре­ди­на ос­но­ва­ния http://reshuoge.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1p.png.

8.  Окруж­ность, впи­сан­ная в тре­уголь­ник *ABC*, ка­са­ет­ся его сто­рон в точ­ках *M, K* и *P*. Най­ди­те углы тре­уголь­ни­ка *ABC*, если углы тре­уголь­ни­ка *MKP* равны 38°, 78° и 64°.

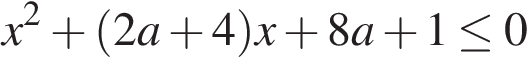
**3 раунд.**

1.Вы­черк­ни­те в числе 74513527 три цифры так, чтобы по­лу­чив­ше­е­ся число де­ли­лось на 15. В от­ве­те ука­жи­те по­лу­чив­ше­е­ся числа .

2. Ка­ко­ва ве­ро­ят­ность того, что слу­чай­но вы­бран­ный те­ле­фон­ный номер окан­чи­ва­ет­ся двумя чётными циф­ра­ми?

3. Име­ет­ся два спла­ва с раз­ным со­дер­жа­ни­ем меди: в пер­вом со­дер­жит­ся 60%, а во вто­ром — 45% меди. В каком от­но­ше­нии надо взять пер­вый и вто­рой спла­вы, чтобы по­лу­чить из них новый сплав, со­дер­жа­щий 55% меди?

4. По­строй­те гра­фик функ­ции http://reshuoge.ru/formula/cf/cf9512ade89a4a19746ce9b55e762ca7p.png и най­ди­те зна­че­ния http://reshuoge.ru/formula/6f/6f8f57715090da2632453988d9a1501bp.png, при ко­то­рых пря­мая http://reshuoge.ru/formula/c2/c20e256d116adc2fa6a59beb6f6139cfp.png имеет с ним ровно две общие точки.

5. Най­ди­те все зна­че­ния http://sdamgia.ru/formula/0c/0cc175b9c0f1b6a831c399e269772661p.png, при ко­то­рых не­ра­вен­ство не имеет ре­ше­ний.

6. Най­ди­те бо­ко­вую сто­ро­ну *AB* тра­пе­ции *ABCD*, если углы *ABC* и *BCD* равны со­от­вет­ствен­но 30° и 120°, а *CD* = 25.

7. Дана рав­но­бед­рен­ная тра­пе­ция http://reshuoge.ru/formula/cb/cb08ca4a7bb5f9683c19133a84872ca7p.png. Точка http://reshuoge.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04acp.png лежит на ос­но­ва­нии http://reshuoge.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1p.png и рав­но­уда­ле­на от кон­цов дру­го­го ос­но­ва­ния. До­ка­жи­те, что http://reshuoge.ru/formula/69/69691c7bdcc3ce6d5d8a1361f22d04acp.png — се­ре­ди­на ос­но­ва­ния http://reshuoge.ru/formula/e1/e182ebbc166d73366e7986813a7fc5f1p.png.

8.  Окруж­ность, впи­сан­ная в тре­уголь­ник *ABC*, ка­са­ет­ся его сто­рон в точ­ках *M, K* и *P*. Най­ди­те углы тре­уголь­ни­ка *ABC*, если углы тре­уголь­ни­ка *MKP* равны 38°, 78° и 64°.